ПОДГОТОВКА К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

Цели: продолжить формировать умение решать логарифмические уравнения различными методами; формировать умение решать системы логарифмических и показательных уравнений с двумя неизвестными; подготовить учащихся к написанию контрольной работы.

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Устная работа.

1. Вычислите.

а) $\lg 4 + \lg 25$;

b) $\log_{\frac{1}{2}} 512$;

c) $\log_7 7^{18}$;

d) $\log_{\frac{1}{3}} 1$.

2. Решить уравнение.

а) $\log_5 x = 2$;

б) $\log_{0,4} x = -1$;

в) $\log_9 x = -\frac{1}{2}$;

г) $\lg x = 2$;

III. Формирование умений и навыков.

Решите уравнение $25^{\log_5^2 x} - 3x^{\log_5 x} = 10$.

Имеем: $25^{\log_5^2 x} = 5^{2\log_5^2 x} = \left(5^{\log_5 x}\right)^{2\log_5 x} = x^{2\log_5 x} = \left(x^{\log_5 x}\right)^2$.

Тогда уравнение примет вид:

$\left(x^{\log_5 x}\right)^2 - 3x^{\log_5 x} - 10 = 0$.

Пусть $y = x^{\log_5 x}$, тогда $y^2 - 3y - 10 = 0$;

$y_1 = -2$; $y_2 = 5$.

Проведем обратную подстановку:

$x^{\log_5 x} = -2$ или $x^{\log_5 x} = 5$;

нет решений (так как $x > 0$).

$\log_5 \left(x^{\log_5 x}\right) = \log_5 5$;

$\log_5^2 x = 1$;

$\log_5 x = -1$ или $\log_5 x = 1$;

$x = \frac{1}{5}$. $x = 5$.

Ответ: $\frac{1}{5}$**; 5.**

Решите неравенство $\log_{\frac{1}{7}} x \ge x - 8$

$\log_{\frac{1}{7}} x \ge x - 8$, ОДЗ: $x > 0$.

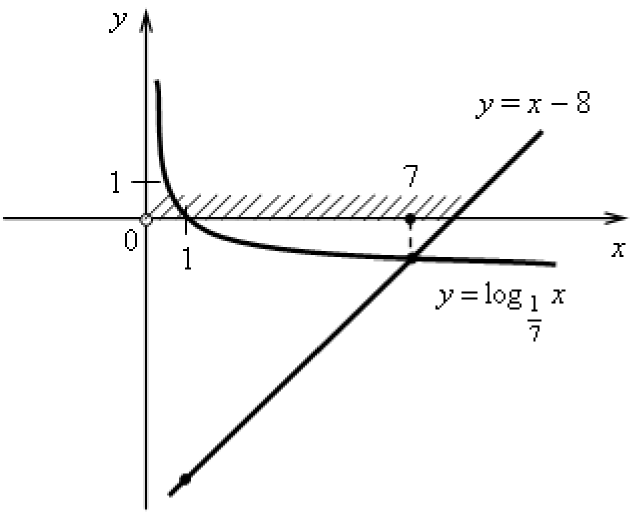
Построим графики функций:

$y = \log_{\frac{1}{7}} x$

x	$\frac{1}{7}$	1	7
y	1	0	–1

$y = x - 8$

x	1	7
y	–7	–1



В силу монотонности обеих функций графики пересекаются в одной точке с абсциссой $x = 7$. На промежутке $(0; 7)$ график функции $y = \log_{\frac{1}{7}} x$ лежит выше графика функции $y = x - 8$, значит, $\log_{\frac{1}{7}} x \ge x - 8$ на $(0; 7]$.

Ответ: (0; 7].

3. Решите уравнение.

а) $\log_3 (2x + 1) + \log_3 (x - 3) = 2$;

б) $\log_2^2 x + 4 \log_2 (2x) - 9 = 0$.

а) $\log_3 (2x + 1) + \log_3 (x - 3) = 2$; ОДЗ: $\begin{cases} 2x+1>0, \\ x-3>0. \end{cases}$

$\log_3 ((2x + 1)(x - 3)) = 2$;

$(2x + 1)(x - 3) = 9$;

$x^2 - 6x + x - 3 - 9 = 0$;

$2x^2 - 5x - 12 = 0$.

$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-12) = 25 + 96 = 121$.

$x_1 = \frac{5+11}{4} = \frac{16}{4} = 4$; $x_2 = \frac{5-11}{4} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$.

Только $x = 4$ удовлетворяет ОДЗ, значит, $x = -\frac{3}{2}$ – посторонний корень.

б) $\log_2^2 x + 4\log_2(2x) - 9 = 0$;

$\log_2^2 x + 4(\log_2 2 + \log_2 x) - 9 = 0$;

$\log_2^2 x + 4 + 4\log_2 x - 9 = 0$;

$\log_2^2 x + 4\log_2 x - 5 = 0$.

Пусть $y = \log_2 x$, тогда $y^2 + 4y - 5 = 0$;

$y_1 = -5$; $y_2 = 1$.

Проведем обратную подстановку.

$\log_2 x = -5$ или $\log_2 x = 1$;

$x = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$. $x = 2$.

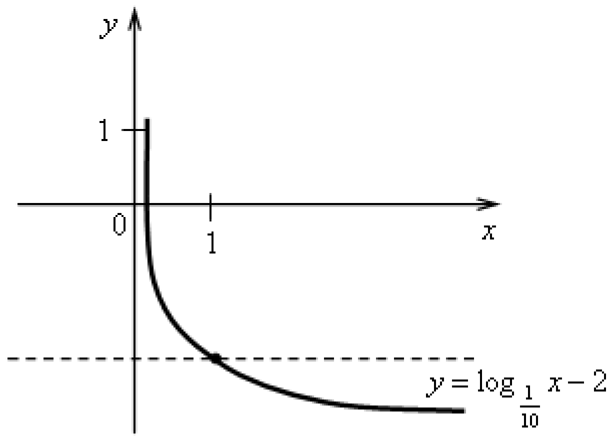
Ответ: а) 4; б) $\frac{1}{32}$; 2.

Постройте график функции.

а) $y = \log_{\frac{1}{10}} x - 2$; б) $y = \log_2 \sqrt{x}$.

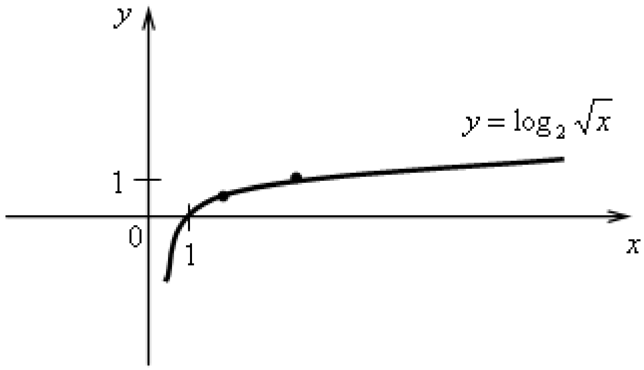
а) $y = \log_{\frac{1}{10}} x - 2$.

Графиком функции является логарифмическая кривая, полученная параллельным переносом графика функции $y = \log_{\frac{1}{10}} x$ на 2 единицы вправо вдоль оси Oy.



б) $y = \log_2 \sqrt{x}$; $y = \log_2 x^{\frac{1}{2}}$; $y = \frac{1}{2}\log_2 x$.

График функции получен сжатием графика функции $y = \log_2 x$ в 2 раза вдоль оси Oy.



Вычислите.

а) $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(4\sqrt[3]{32}\right)$; б) $49^{\log_7 3+1}$.

а) $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(4\sqrt[3]{32}\right) = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(2^2 \cdot 2^{\frac{5}{3}}\right) = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 2^{\frac{11}{3}} =$

$= \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(2^{-\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{22}{3}} = -\frac{22}{3}\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{22}{3} = -7\frac{1}{3}$;

б) $49^{\log_7 3+1} = 49^{\log_7 3} \cdot 49 = 7^{\log_7 9} \cdot 49 = 9 \cdot 49 = 441.$

Ответ: а) $-7\frac{1}{3}$**; б) 441.**

Домашнее задание: повторить § 41–44; 44.20 (б), № 44.21 (б), № 44.22 (б).